

Simulationsmodelle von Verbrennungsmotoren für Echtzeitanwendungen

Prof. Dr.-Ing. **Victor Gheorghiu**

Fachhochschule Hamburg
Fachbereich Maschinenbau
Berliner Tor 21, 20099 Hamburg
Tel. (040) 2488 2886
Fax (040) 2488 2658
Email grg@rzbt.fh-hamburg.de

Haus der Technik e.V.
Tagung Nr. E - 30 - 202 - 056 - 8

Simulationsmodelle von Verbrennungsmotoren für Echtzeitanwendungen

Prof. Dr.-Ing. Victor Gheorghiu

Einleitung

Die Entwicklung von immer leistungsfähigeren Verbrennungsmotoren, die gleichzeitig immer weniger Kraftstoff verbrauchen und wenige Emissionen ausstoßen müssen, verlangt völlig neue oder zumindest neu angepaßte Steuerungs- und Regelungskonzepte.

Als erstes Beispiel kann man den schon ausgereiften TDI-Motor auswählen. Bei diesem Motor erfolgt die Steuerung meist kennfeldbasierend [1]. Eine erste Rückkopplung über das Ablaufen der gesteuerten Prozesse, wenn ein Nadelbewegungsfühler vorhanden ist, bietet das Nadelhubsignal, d.h. der dynamische Einspritzbeginn kann dadurch tatsächlich erfaßt und z.B. mit Hilfe des in der Einspritzpumpe integrierten Spritzverstellers entsprechend geregelt werden. Eine weitere Rückkopplung wird für die Erfassung der angesaugten Luftmasse eingesetzt, die entweder direkt mittels eines Luftmassenmessers oder über die Erfassung des Saugrohrdruckes erfolgt. Die so gewonnene Information über die angesaugte Luftmasse stimmt nur dann mit der Realität überein, wenn der Motor im Stationärbetrieb arbeitet. Ist dies nicht der Fall, muß man dann mit geeigneten Algorithmen die Instationarität der Luftströmung entsprechend kompensieren [2].

Darüber hinaus gibt es über die Menge der eingespritzten Kraftstoffmasse, über die Qualität der Gemischbildung und über die Effektivität und Vollständigkeit der Verbrennung keine weiteren Informationen mehr zu gewinnen. Da die Motorsteuerung nur basierend auf den einmalig gespeicherten Kennfeldern erfolgt, aus denen durch Interpolation bezüglich Drehzahl, Last, Kühlmitteltemperatur und Umgebungszustand (Temperatur und Druck) die notwendigen Werte für den Winkel des Mengenstellwerks (der die Menge des eingespritzten Kraftstoffs bestimmt)

und z.B. für die Breite der PWM-Signale zur Steuerung des AGR-, „Waste-Gate“- bzw. VTG-Ventils gewonnen werden, gibt es auch keine Möglichkeit, die Steuerung den veränderten Betriebsbedingungen anzupassen.

Dementsprechend, wenn Veränderungen im Motorverhalten auftreten (z.B. ein niedriger Verdichtungsdruck wegen des aufgetretenen Verschleißes, Malfunktion einer oder mehrerer Düsen usw.) und in den Eigenschaften der Betriebsstoffe (etwa veränderte Kraftstoffqualität, z.B. bezüglich der Cetanzahl), dessen Ausgleich vorerst während der Entwicklungsphase nicht in den Kennfeldern eingebunden wurde, reagiert dann die Motorsteuerung mit Sicherheit nicht optimal.

Als weiteres Beispiel kann der brandneue GDI-Motor dienen. Bei einem Wechsel beispielsweise zwischen Fett- und Magerbetrieb (dabei wird die Gemischbildung zwischen Homogen- und Schichtbetrieb umgeschaltet) und umgekehrt ist es notwendig, so zu steuern, daß kein merkbarer Sprung in der effektiven Drehmomentabgabe des Motors auftritt. Dies wird dadurch realisiert, daß Kraftstoffmasse (durch Änderung der Einspritzdauer), Luftmasse (durch Änderung des Drosselklappenwinkels) und Zündzeitpunkt gleichzeitig geregelt sind [3]. Jede auftretende Störung, die durch Ausfall bzw. Alterungsprozeß eines Sensors oder durch normalen Verschleiß entsteht, kann diese fragile Harmonie der simultanen Einstellung der obigen drei Parameter zerstören.

Diese genannten Beispiele zeigen, daß mindestens zwei weitere Ziele für die zukünftige Entwicklung der Motorsteuergeräte gesetzt werden müssen. Erstens muß man Informationen über den Druckverlauf im Zylinder, der durch entsprechende Bearbeitungen Auskunft über die Güte der Gemischbildung und Verbrennung sowie über die Größe des **indizierten** Drehmoments liefern kann, und zweitens zumindest eine Schätzung (wenn nicht sogar eine richtige Erfassung) des **effektiven** Drehmomentes während des Fahrbetriebes verschaffen werden. Diese Ziele sind in mehreren Varianten erreichbar. Eine davon ist die On-Board-Zylinderindizierung, die mittels eines Druckaufnehmers erfolgt [4], [5]. Eine andere Variante, die mehrmals vorgestellt und in Einzelfällen schon in Motorsteuergeräten für die On-Board-Diagnose eingesetzt wurde [6]..[11] wird weiter ausführlich vorgestellt.

Man muß nun folgende Frage stellen: Welche Art von Modellen kann diese neue Komplexität der simulierten Prozesse richtig beschreiben? Die Frage ist nicht schwer zu beantworten. Die

Mittelwert-Modelle (MWM), die auch als „mean value models“ bekannt sind, (s. z.B. [2]), in denen die zugehörigen Zustandsgrößen des Modells als durchschnittlicher Wert pro Arbeitsspiel betrachtet werden, können nicht winkelabhängige Ereignisse simulieren. Eine neue Klasse von echtzeitfähigen Modellen wird nun benötigt, bei der ein Kompromiß zwischen den Mittelwert-Modellen und den Echtwert-Modellen (EWM) („real value models“) realisiert wird. Dies wird in der Art geschehen, daß in einem Modell einige Submodelle als MWM und andere als EWM realisiert werden. Somit wird der beste Kompromiß einerseits in der Modellkomplexität und dadurch in der Genauigkeit der Simulation erreicht, und andererseits im Rechenaufwand und den Anforderungen an Rechengeschwindigkeit und Speichergröße der Echtzeitmaschinen realisiert.

Beispiel 1. Simulation der Ungleichförmigkeit der Kurbelwellenumdrehung aus dem Zylinderdruckverlauf

Angenommen, daß aus der Indizierung am Motorprüfstand oder aus der Simulation der thermodynamischen Vorgänge der Druckverlauf in einem Zylinder bekannt ist, kann man nun mit Hilfe der Gleichungen, die in der Anlage ausführlich vorgestellt sind, den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle bestimmen. Ein solches Echtzeit-Echtwert-Modell (EEWM) könnte in einer HIL-Anwendung für die Erregung des Steuergerätes, das diese Information im normalen Lauf am Motor analysieren kann, sehr nützlich sein.

Das Beispiel wird anhand eines 5-Zylinder-TDI-Motors von AUDI durchgeführt, bei dem der Zylinderdruckverlauf durch Indizierung am Motorprüfstand gewonnen wurde¹. Der Zylinder- und der Ansaugdruck, das OT-Signal und das Signal eines Hall-Sensors am Zahnradkranz des Schwungrades (weiter als Zahnradsignal bezeichnet) wurden in 15 Betriebspunkten simultan zeitbezogen aufgenommen. Der Ansaugdruck wird hier nur für die Absolutwert-Bestimmung des Zylinderdrucksignals eingesetzt. Das Zahnradsignal beinhaltet alle Informationen über den Kurbelwinkel und den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle.

¹**Anmerkung.** Da hier für das Modell angestrebt wurde, es auch mit der gemessenen Winkelgeschwindigkeit zu vergleichen, wurden simultan auch andere Signale aufgenommen, und alle diese mit einer konstanten Abtastrate (nicht winkelbezogen getriggert). Dies erschwert die Gewinnung der Zuordnung des Zylinderdruckes gegenüber dem Kurbelwinkel. Eine solche Vorgehensweise ist nicht notwendig, wenn keine Überprüfung für die so ermittelte

Die Bearbeitung der Rohsignale wird nun kurz geschildert. Da hier alle Signale zeitbezogen (s. Anmerkung) aufgenommen wurden, muß zuerst die Zeit-Kurbelwinkel-Abhängigkeit hergestellt werden. Dies geschieht in zwei Schritten, und zwar erstens wird aus dem Zahnradsignal (s. Bild 1) unter der Annahme, daß die Zähne gleichmäßig verteilt sind, die Winkelgeschwindigkeit ω ermittelt (s. Bild 2) und anschließend entsprechend filtriert (s. Bild 2 und 3), und zweitens wird diese filtrierte Winkelgeschwindigkeit ω_f integriert, um den entsprechenden Kurbelwinkel zu ermitteln.

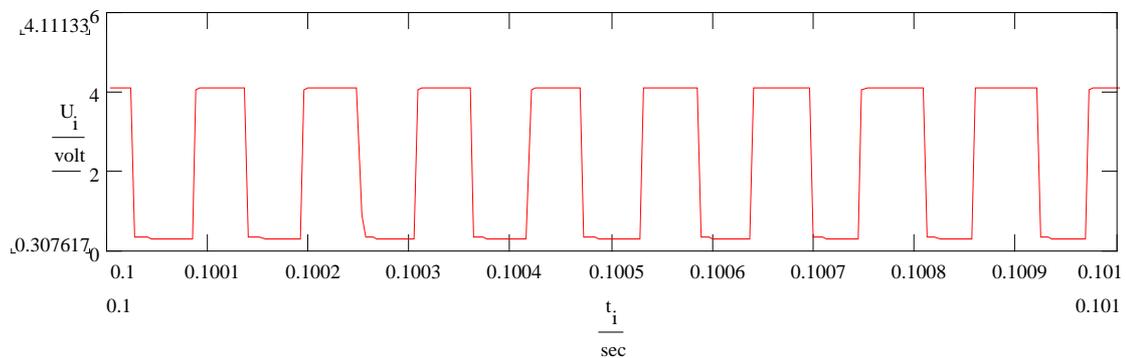


Bild 1. Zahnradsignal-Aufnahme (Abschnitt)

Die Filtrierung wurde mit Hilfe der direkten und der inversen FFT durchgeführt, wobei die unerwünschten Störfrequenzen eliminiert werden können. Nach der Integration der Winkelgeschwindigkeit und nach der entsprechenden Zuordnung zum aufgenommenen OT-Signal ergibt sich schließlich die Zeit-Kurbelwinkel-Abhängigkeit. Erst jetzt wird es sinnvoll die graphische Darstellung des Zylinderdruckes, der zuerst für die Korrektur des Absolutwertes entsprechend bearbeitet wurde, durchzuführen (s. Bild 4).

Das Zylinderdrucksignal wird nun verwendet, um aus der Gl. (15) (s. Anlage) durch eine entsprechende numerische Integration die Winkelgeschwindigkeit zu bestimmen. Da man nur über das Drucksignal eines einzelnen Zylinders verfügt, muß man annehmen, daß alle Zylinder gleich arbeiten.

Winkelgeschwindigkeit erwünscht ist.

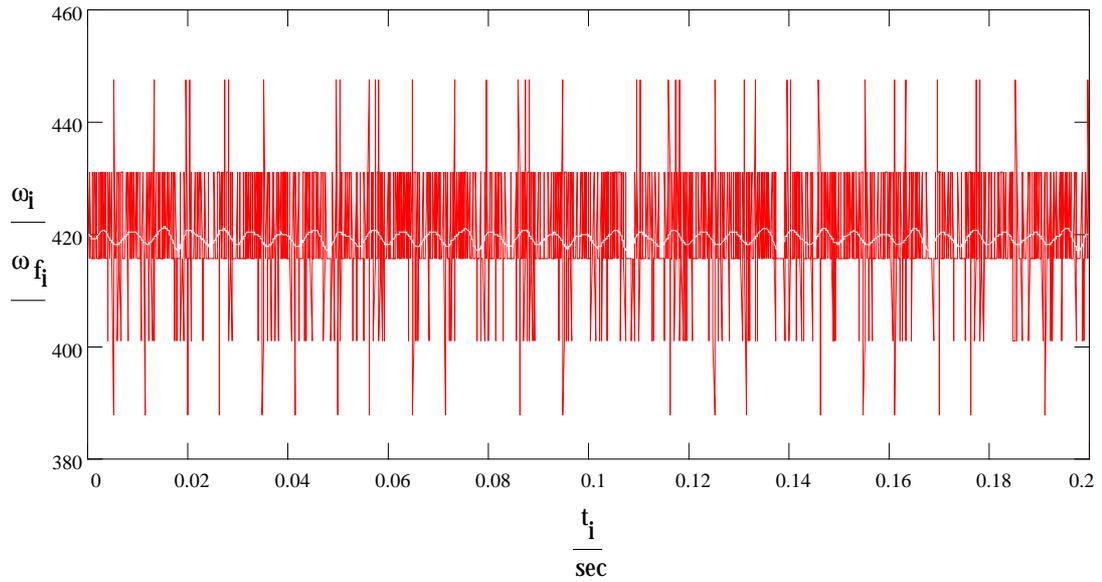


Bild 2. Roh- und filtrierte Winkelgeschwindigkeit

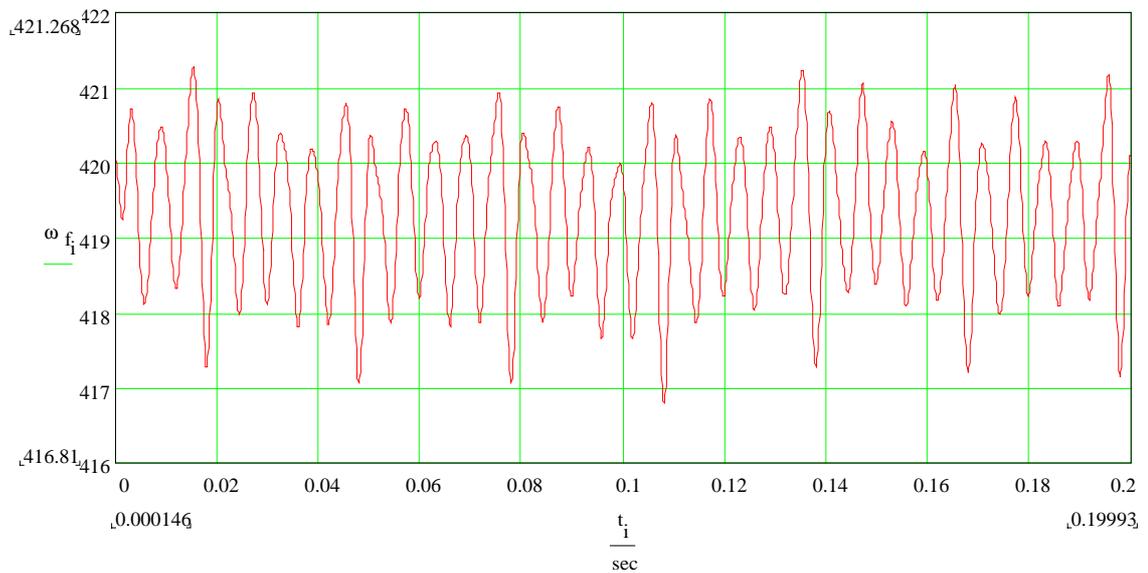


Bild 3. Filtrierte Winkelgeschwindigkeit

Alle diesen Bilder entsprechen dem Betriebspunkt, definiert durch Motordrehzahl 4000 1/min und Vollast.

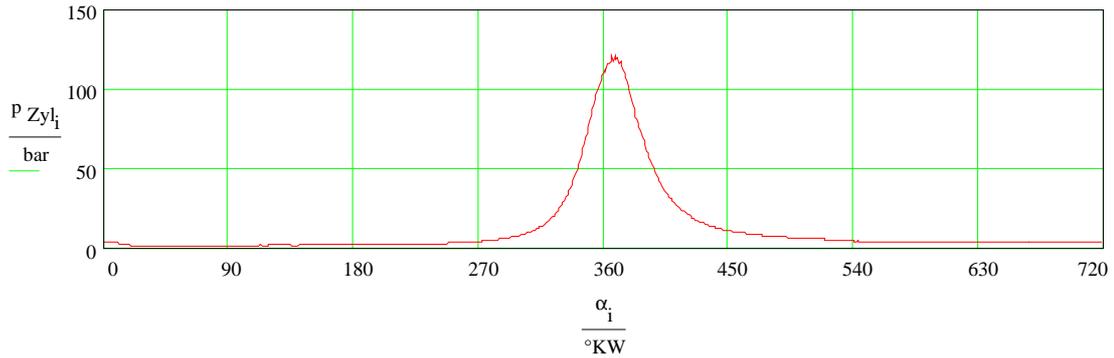


Bild 4. Zylinderdruck (Abschnitt) mit korrigiertem Absolutwert

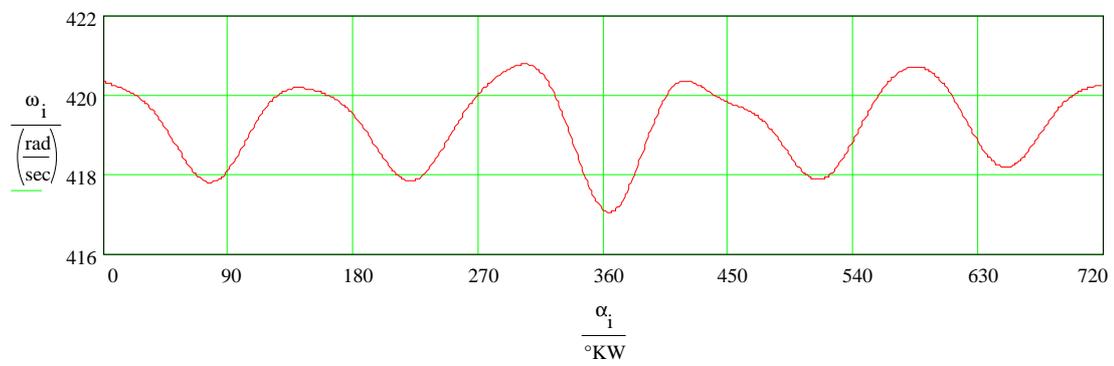


Bild 5. Filtrierte Winkelgeschwindigkeit (Abschnitt)

Wie aus dem Bild 5 zu ersehen ist, zeigt die Winkelgeschwindigkeit keine hundertprozentige Periodizität (mit der Periode $\delta = 720/z$), d.h., daß entweder bei der Datenerfassung und –bearbeitung relativ große Fehler aufgetreten sind oder, daß die Zylinder tatsächlich nicht gleichmäßig arbeiten.

Nun wird die Integration gemäß Gl. (15) angewandt. Für das Massenträgheitsmoment J_0 wurde einen Wert von

$$J_0 = 0.487 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

verwendet, wobei hier auch das Massenträgheitsmoment der Verbindungswelle und der Leistungsbremsenrotor berücksichtigt wurden. Die Kinematik des Kurbeltriebs eines Zylinders ist im Bild 5 vorgestellt.

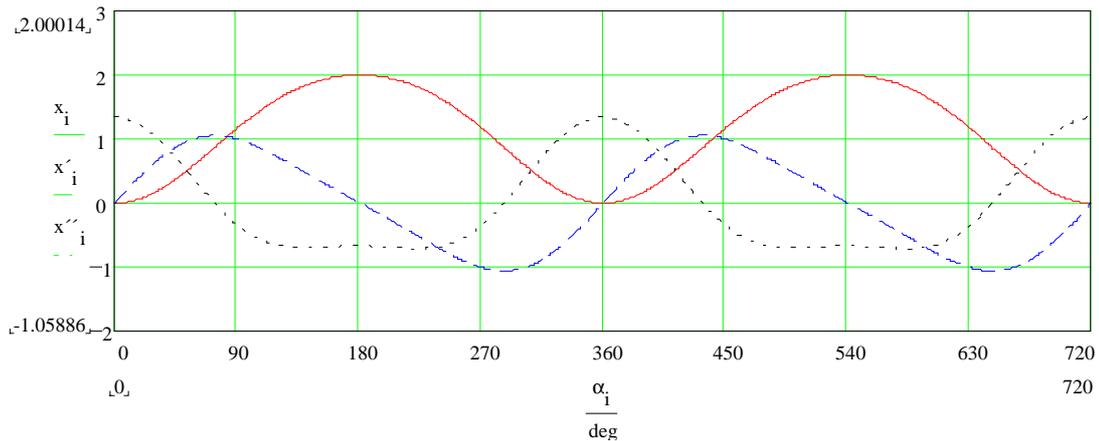


Bild 5. Kennwerte für Kolbenweg, -geschwindigkeit und -beschleunigung. Gl. (9)..(11)

Da in diesem Beispiel ein Fünfzylinder-Motor ausgewählt wurde, bei dem keine Unterschiede zwischen den Zylinder auftreten dürfen, kann man die kinematischen Funktionen für den Gesamtkurbeltrieb (für alle fünf Zylinder zusammen summiert) nur entlang einer Periode darstellen. Somit ergibt sich z.B. für das Massenträgheitsmoment J und dessen Ableitung nach dem Kurbelwinkel J' die Verläufe von den Bildern 6 und 7.

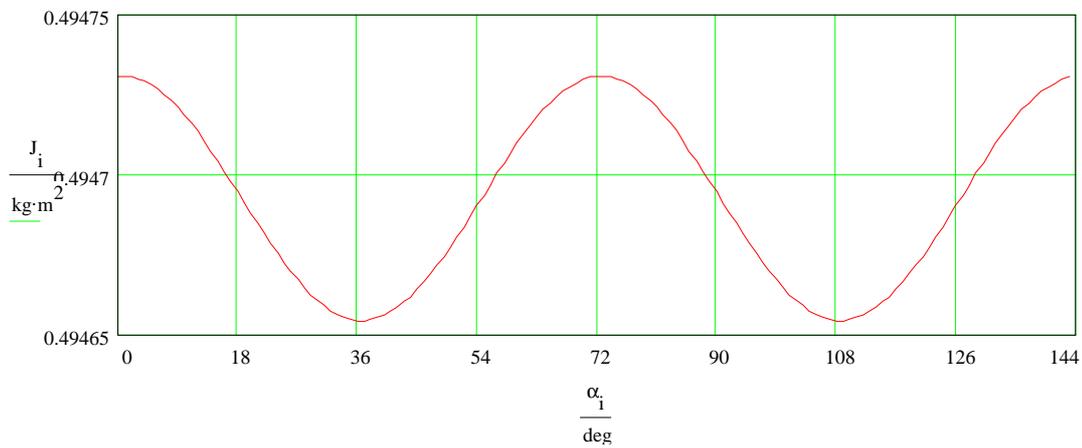


Bild 6. Gesamt-Massenträgheitsmoment

Der erste Term der Gl. (15), der als das Motordrehmoment der Gaskräfte bezeichnet werden kann, ist im Bild 8 dargestellt.

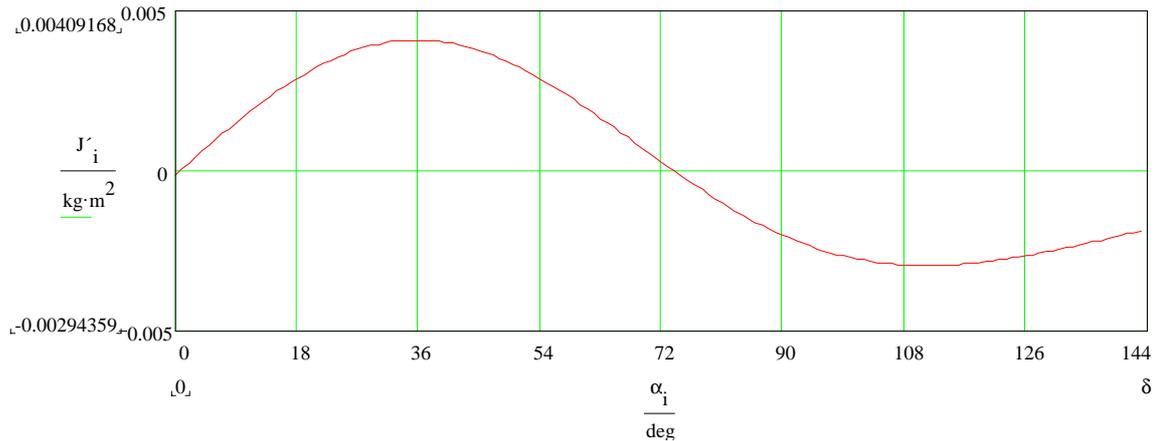


Bild 7. Massenträgheitsmoment-Ableitung nach dem Kurbelwinkel

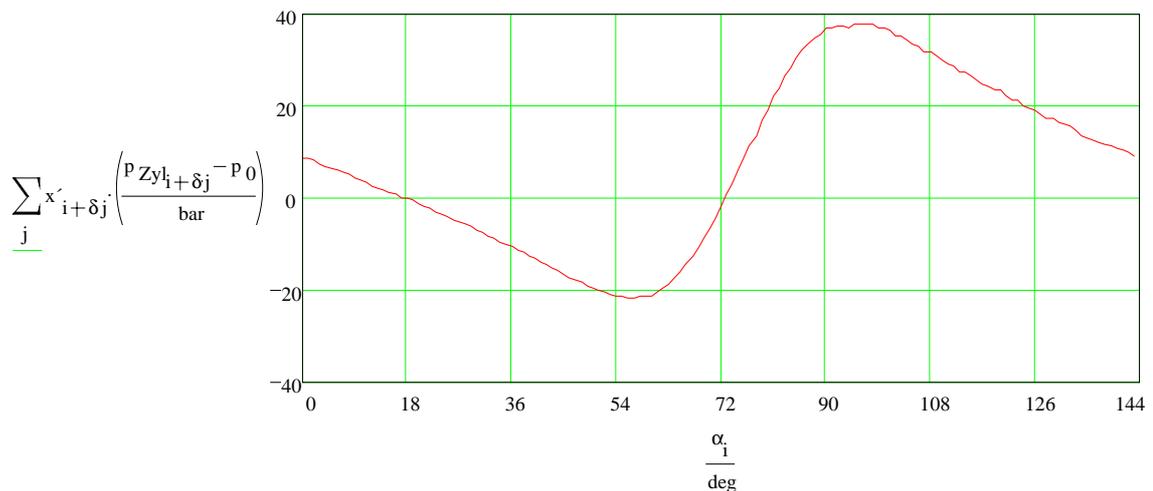


Bild 8. Erster Term der Gl. (15)

Gemäß Gl. (16), die die numerische Integration durch Euler-Methode darstellt, wobei der Startwert der berechneten (Fußindex b) gleich dem gemessenen Winkelgeschwindigkeit gesetzt wurde, ergaben sich die Ergebnisse von den Bildern 9 und 10. Auf einer Periode erweisen sich nicht sehr große Abweichungen (s. Bild 9). Im Gegenteil zeigen diese Abweichungen bei einer Darstellung auf dem Gesamtarbeitsspiel, daß die Zylinder (sehr) unterschiedlich arbeiten.

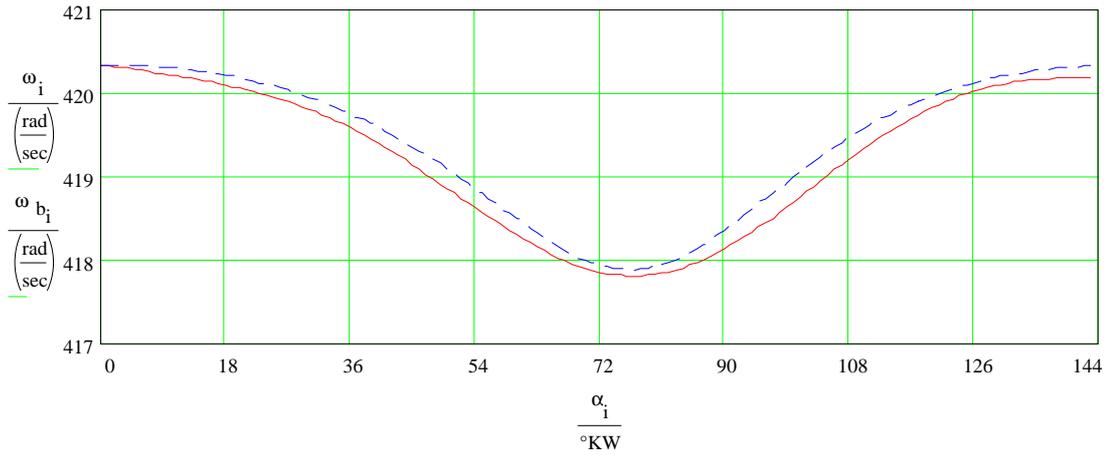


Bild 9. Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Winkelgeschwindigkeiten

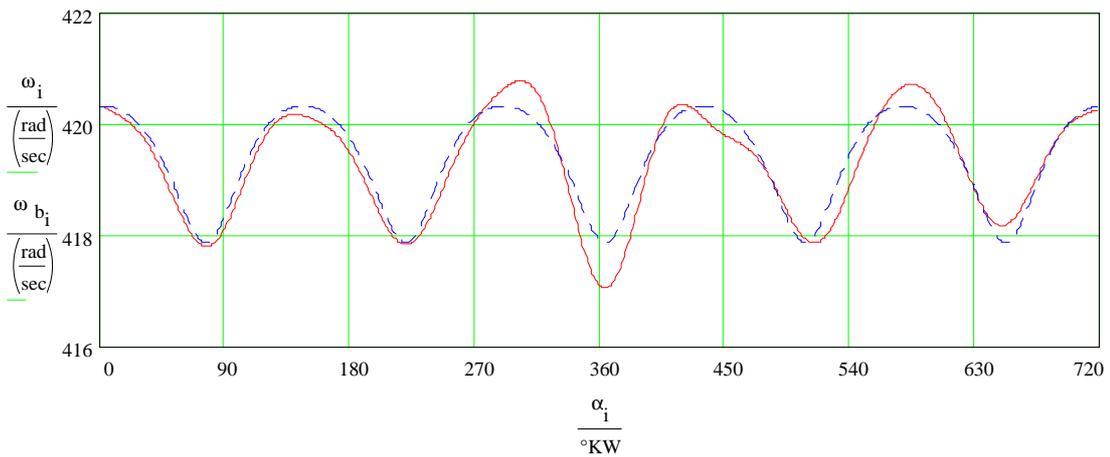


Bild 10. Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Winkelgeschwindigkeiten

Somit ist die Generierung eines vom Zylinderdruck und Massenkräfte verursachten Winkelgeschwindigkeitsverlaufs beendet. Wenn für Testversuche auch verrauschte Signale benötigt werden, wie z.B. das Bild 2 zeigt, kann man zu dem simulierten Signal mittels direkter und inverser FFT die gewünschten hochfrequentigen Störungen hinzuaddieren.

Beispiel 2. Simulation des Zylinderdruckverlaufes aus der Ungleichförmigkeit der Kurbelwellenumdrehung

Nun ist das Problem vom Beispiel 1 umgedreht, d.h. die Eingangsgrößen im Modell sind die Winkelgeschwindigkeit und –beschleunigung, und als Ausgangsgröße dient der Zylinderdruckverlauf. Mit dem Beispiel 2 soll gezeigt werden, welche Grenzen es in der Genauigkeit bei der Gewinnung des Zylinderdruckverlaufes aus der Analyse der Ungleichförmigkeit der Kurbelwellenumdrehung gibt.

Um diesen Zweck zu erfüllen, wird zuerst **ein idealer Verlauf der Winkelgeschwindigkeit**, nämlich der berechnete Verlauf von den Bildern 9 und 10, verwendet. Wird nun dieser Verlauf in der Gl. (15) rückwärts eingesetzt, kann man aus dieser Gleichung den Winkelbeschleunigungsverlauf ermitteln.

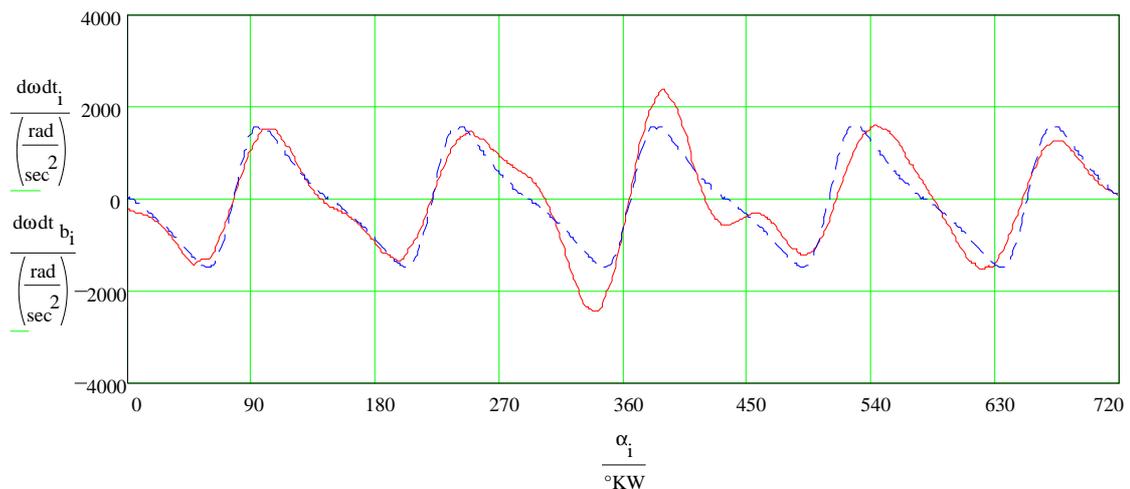


Bild 11. Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Winkelbeschleunigungen

Der im Bild 11 durchgeführte Vergleich zeigt noch deutlicher, daß mit dem Zylinder, der am Motorprüfstand indiziert wurde, etwas nicht in Ordnung ist. Da das erläuterte Ziel dieser Betrachtung nicht die Motordiagnose ist, werden die Ursachen dieser Unstimmigkeiten zwischen den gemessenen und simulierten Verläufen hier nicht tiefer untersucht.

Setzt man nun erneut die Verläufe von Winkelgeschwindigkeit und –beschleunigung in der Gl.

(15) ein, kann man den Term

$$\sum_j x'_j \Delta p = \sum_j x'_j \cdot (p_{Zyl_j} - p_0) \tag{17}$$

bestimmen, wenn M_i bekannt ist. Aus der Summe (17) läßt sich der Zylinderdruck eines Zylinders nach der Gl. (18) errechnen (Fußindex b)

$$p_{Zyl_j} = \frac{\sum_j x'_j \Delta p}{x'_j} \tag{18}$$

Man muß hier noch anmerken, daß erstens die Summe (17) als eine einzige Zustandsgröße zu betrachten ist, und daß zweitens der Zylinderdruck und somit der Term M_Σ gleichzeitig unbekannt sind.

Eine Analyse vieler Verläufe zeigt, daß, wenn sich ein Kolben in seinem ZOT befindet, die Summe (17) nahezu Null ist. Diese Tatsache, die bei einem Einzylindermotor als selbstverständlich erscheint, gilt auch bei einem Mehrzylindermotor, da im ZOT des betreffenden Zylinders erstens seine Kolbenwinkelgeschwindigkeit null ist und zweitens die Drücke der anderen Zylinder relativ niedrig sind und gleichzeitig die Summe ihrer Winkelgeschwindigkeiten Null ist. Als Beweis dafür dient das Bild 12, in dem 60 Druckverläufe bei unterschiedlichen Drehzahlen und Belastungen aufgenommen und zusammengefaßt dargestellt wurden.

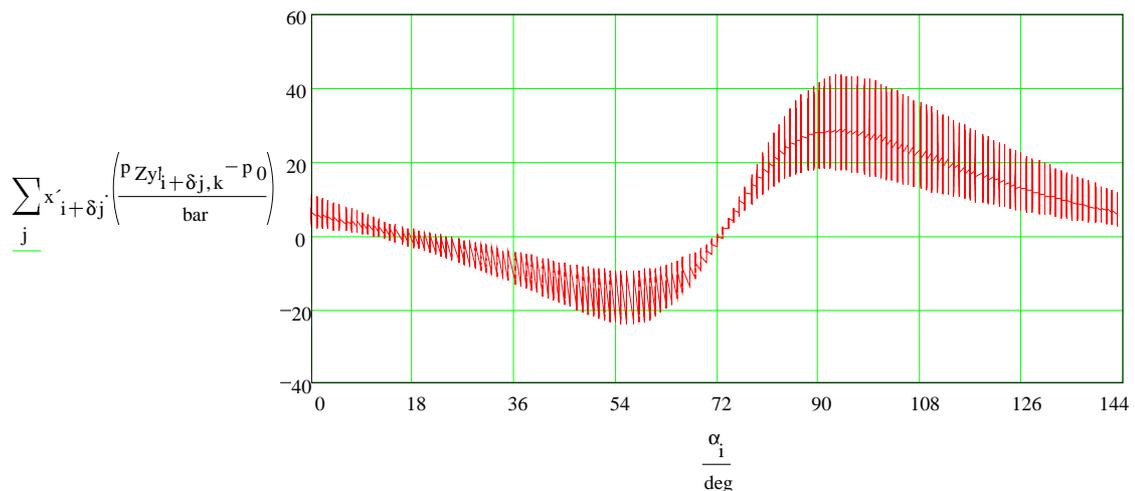


Bild 12. Zusammenstellung der Analyse von 60 Druckverläufen

Aus dieser Tatsache erscheint als möglich, im ZOT des betreffenden Zylinders die Summe (17)

null zu setzen, und dadurch bei bekannten Winkelgeschwindigkeit und –beschleunigung in diesem Punkt, das M_i zu bestimmen. Dieser Wert wird weiter in der Gl. (15) in allen anderen Punkten eingesetzt, und die Bestimmung des Zylinderdruckes wird dadurch ermöglicht. Die Ergebnisse dieser Bearbeitungen sind in den Bildern 13 und 14 dargestellt.

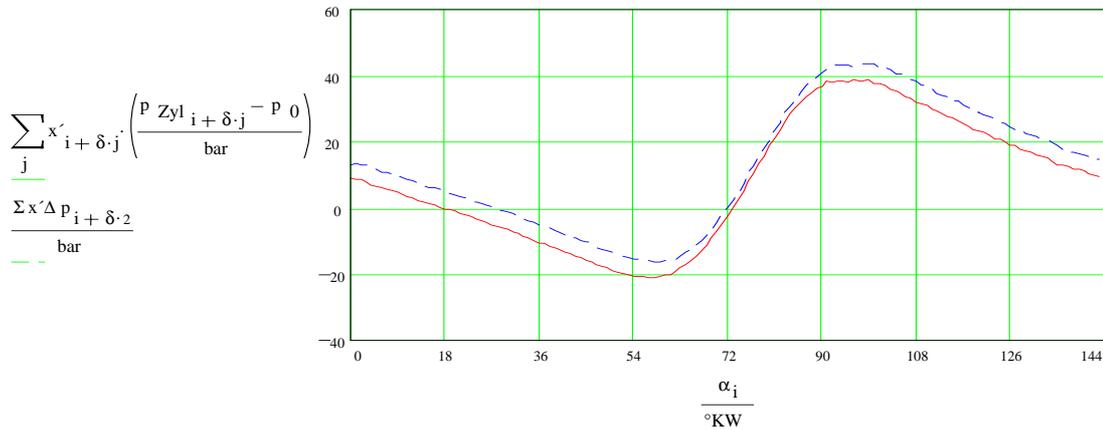


Bild 13. Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Werten für die Summe (17)

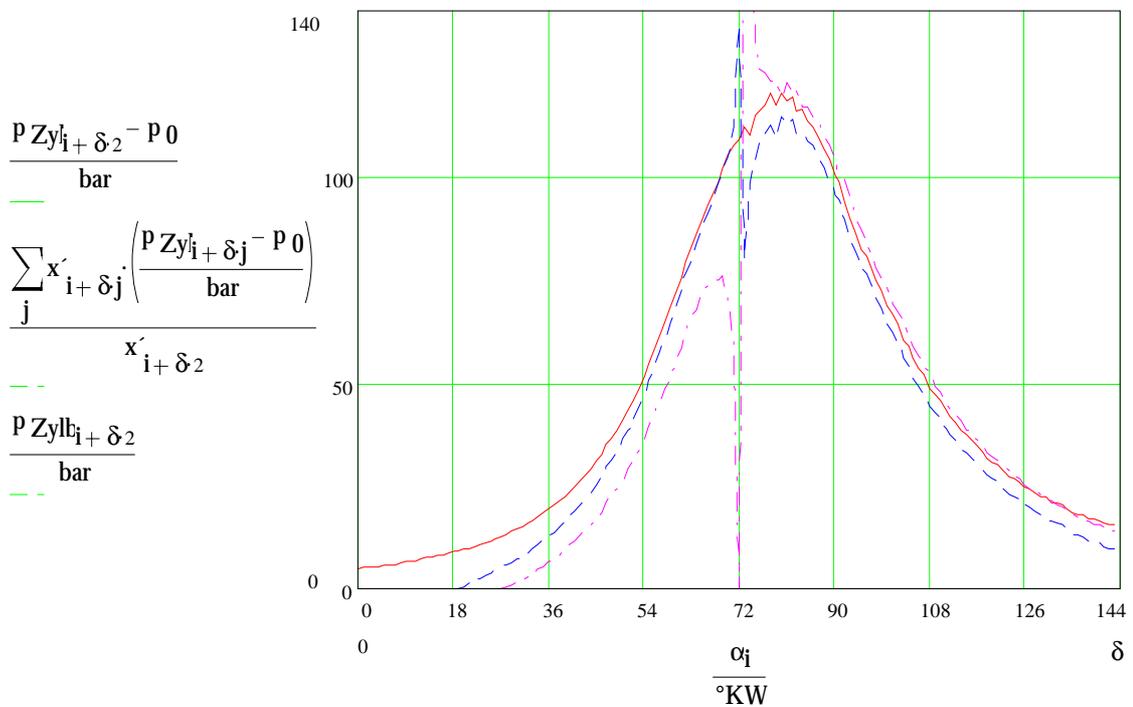


Bild 14. Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Werten für den Druckverlauf
 Im Bild 14 sind die beiden gestrichenen Druckverläufe mit Hilfe der Gl. (17) und des M_i Wer-

tes, der wie oben gezeigt ermittelt wurde, berechnet. Der Wert vom ermittelten M_i kann stark gegenüber dem realen indizierten Motordrehmoment abweichen. Dies geschieht einerseits, da der genaue Nullpunkt der Summe (17) nicht genau im ZOT liegt, und andererseits, da die Drücke in der Realität unterschiedliche Verläufe zwischen den Zylindern aufweisen.

Wie erwartet, wird der simulierte Zylinderdruck im ZOT unendlich, da dort die Winkelgeschwindigkeit ihren Nullwert erreicht. Um diese neu auftretende Schwierigkeit zu umgehen, kann man die in der Nähe vom ZOT befindlichen Werte eliminieren und durch Interpolation zwischen den übrig gebliebenen wieder den Druckverlauf rekonstruieren. Diese Strategie wurde mit guten Ergebnissen für den Fall eines Einzylindermotors angewandt [10], wo der zu verbessernde Bereich sehr schmal war, aber in dem Fall eines Mehrzylindermotors trifft dies nicht zu.

Um die Unstetigkeit im simulierten Zylinderdruckverlauf zu umgehen, wird hier eine ganz andere Strategie vorgestellt. Da der Kolbenbolzen bezüglich der Zylinderachse eine kleine Desachsierung bei dem zu untersuchenden Motor aufweist, zeigt die Kolbengeschwindigkeit keinen tatsächlichen Nullwert im ZOT. Wenn der Kolbenbolzen keine Desachsierung aufweist, muß man entweder beachten, daß im ZOT keine Berechnungen stattfinden dürfen, d.h. die Abtastung ist so auszuwählen, daß ZOT zwischen den abgetasteten Punkten liegt, oder es ist eine kleine künstliche Desachsierung für den Kolbenbolzen auszuwählen, die für die Genauigkeit der Druckbestimmung überhaupt keine Bedeutung hat (ein bis zwei Millimeter). Es wird nun ein Koeffizient c , der aus der Summe (17) subtrahiert und erst nach der Division durch den Winkelgeschwindigkeit-Kennwert dem Quotienten hinzuaddiert wird, gesucht, der den Verlauf des simulierten Zylinderdruckes stetig macht

$$P_{Zylj} = \frac{\sum x' \Delta p - c}{x'_j} + c \quad (19)$$

Die Stetigkeit des Zylinderdruckverlaufes kann man durch Überwachung der maximalen und der minimalen Werte, die die erste und die zweite Ableitung nach dem Kurbelwinkel des simulierten Druckverlaufs erreichen, überprüfen. Als Beispiel ist im Bild 15 der simulierte Druckverlauf dargestellt, wobei der Koeffizient $c = 1.3$ als optimal gefunden wurde.

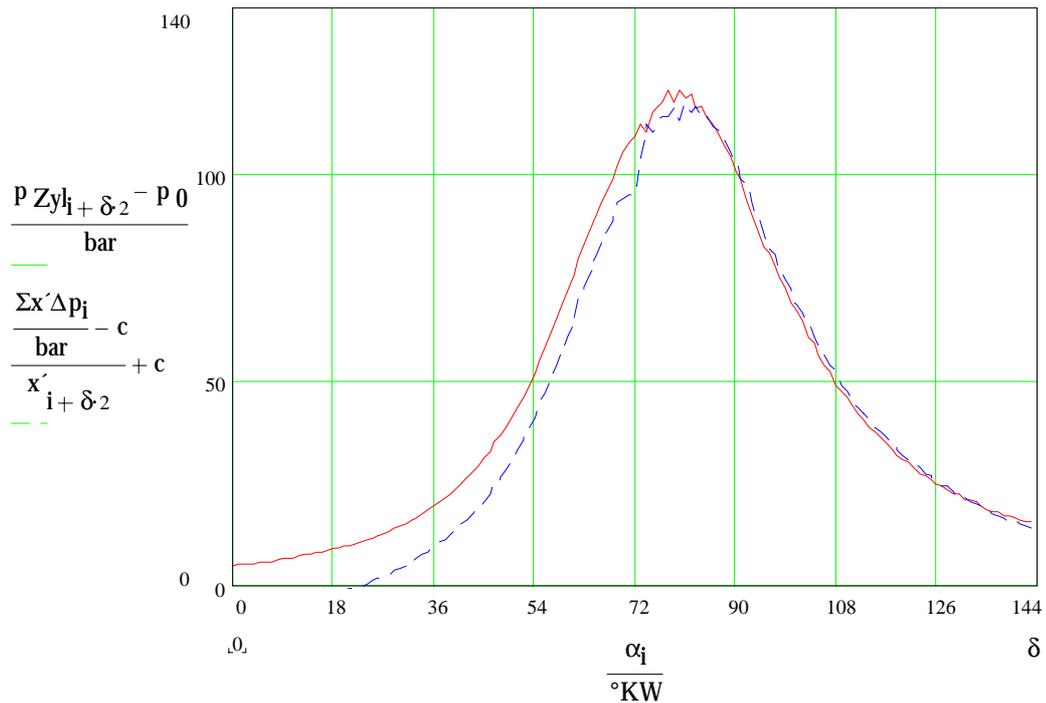


Bild 15. Vergleich zwischen dem gemessenen und berechneten Druckverlauf

Das Bild 15 zeigt nur eine relativ mäßige Übereinstimmung, welche nicht immer der Fall ist, d.h. auch viel bessere Ergebnisse sind möglich (mindestens im oberen Druckbereich) mit der hier dargestellten Methode zu erreichen.

Werden nun als weitere Untersuchung **die gemessenen** (statt idealen) **Winkelgeschwindigkeits- und -beschleunigungsverläufe** eingesetzt, ergeben sich die in den Bildern 16..18 dargestellten Ergebnisse für den indizierten Zylinder. Trotz der deutlichen Unterschiede zwischen den gemessenen und berechneten Werten für die Summe (17), die das Bild 16 zur Erscheinung bringt, ist der aus dem gemessenen Verlauf der Winkelgeschwindigkeit ermittelte Zylinderdruck in gutem Zusammenklang mit dem realen (gemessenen) Druckverlauf (s. Bilder 17 und 18). Der Hilfskoeffizient beträgt in diesem Fall den Wert $c = 1.33$.

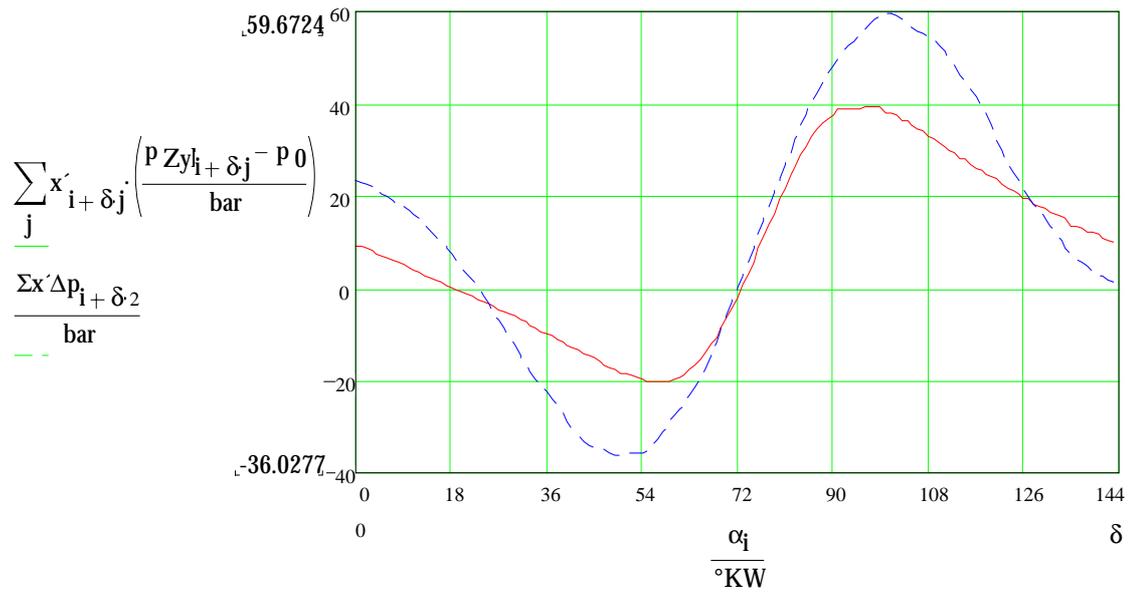


Bild 16. Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Werten für die Summe (17)

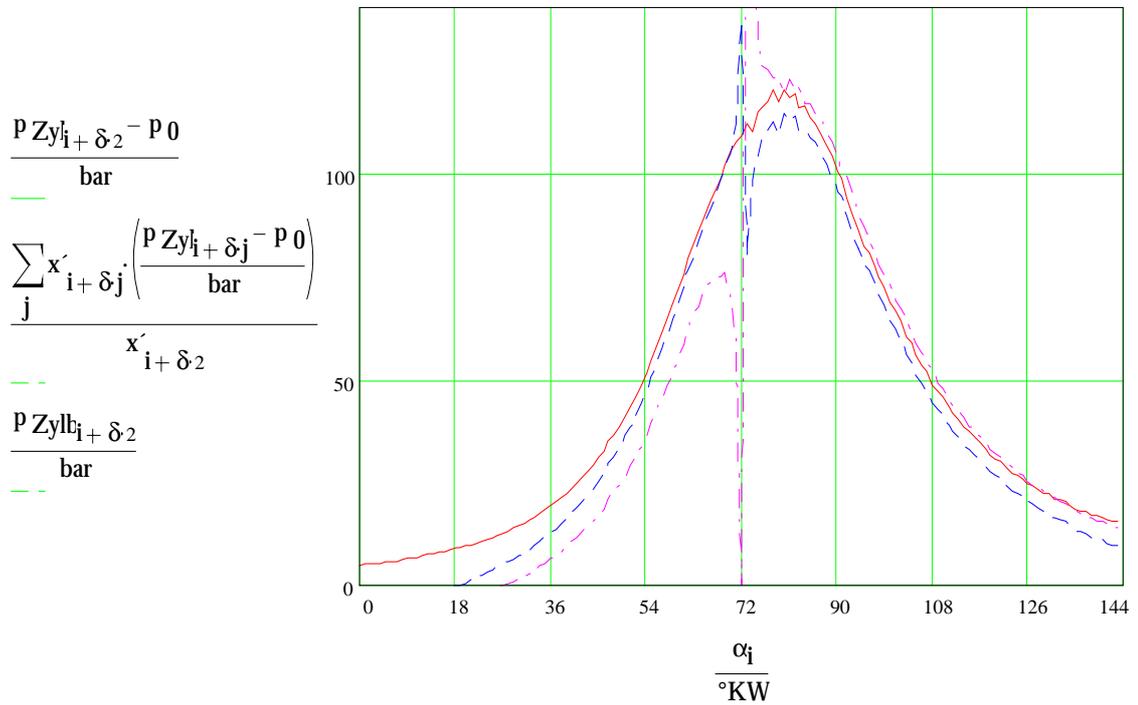


Bild 17. Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Werten für den Druckverlauf

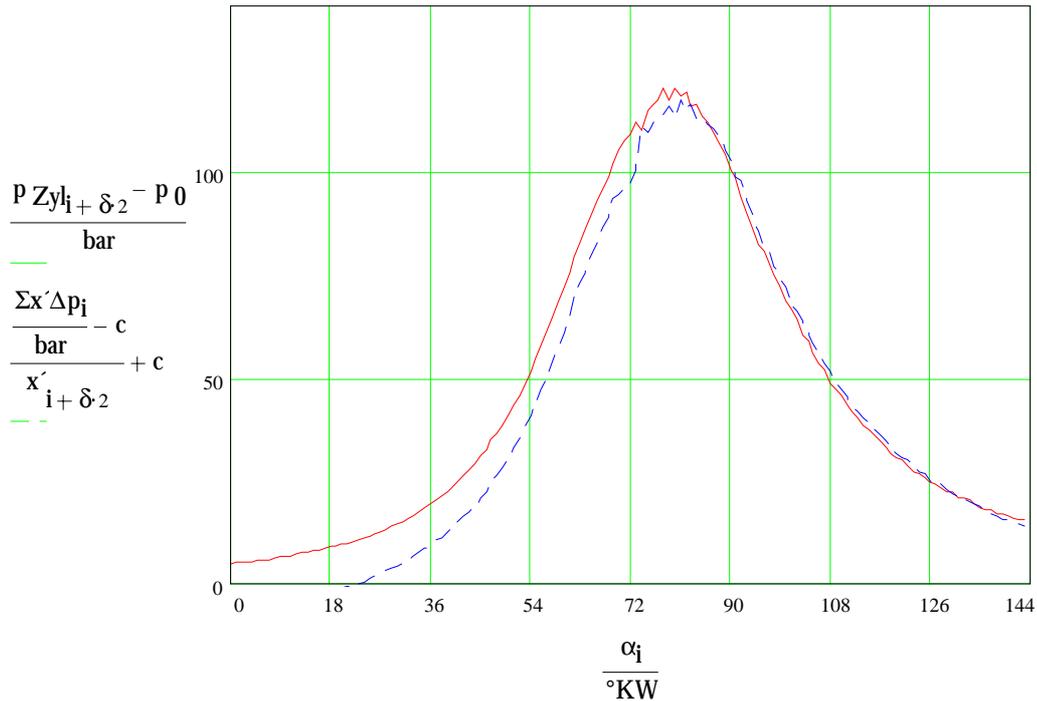


Bild 18. Vergleich zwischen dem gemessenen und berechneten Druckverlauf

Schlußfolgerungen

Zwei Arten von echtzeitfähigen Echtwert-Modellen EEWM wurden vorgeschlagen. In der ersten Art ist der Zylinderdruck die Eingangsgröße und die Winkelgeschwindigkeit bzw. -beschleunigung sind die Ausgangsgrößen. In der zweiten Art sind die Eingänge mit den Ausgängen vertauscht.

Die Eingänge können entweder künstlich bzw. mittels Simulation hergestellt oder aus den am Motorprüfstand durchgeführten Messungen gewonnen werden. Wenn die Eingänge aus den Messungen stammen, werden entsprechende Signalbearbeitungen benötigt, um nutzbare Eingangssignale für das EWM erzielen zu können.

Die Grenzen der Modellierungsgenauigkeit und der Güte der Signalbearbeitung wurden nebenbei kommentiert.

Anlage. Grundlagen zur Bestimmung des indizierten Druckverlaufes aus der Ungleichförmigkeitsanalyse der Kurbelwellenumdrehung

Die Ungleichförmigkeit der Kurbelwellenumdrehung ist zum einen die unmittelbare Folge der intermitierenden Verbrennung, die sich nur über das Ende des Verdichtungstaktes und etwa über die erste Hälfte des Expansionstaktes ausbreitet, und zum anderen Folge der Kinematik und Dynamik des Kurbeltriebs. Die Leistungsbilanz an der Kurbelwelle zeigt, daß die produzierte Leistung der auf den Kolben wirkenden Gaskräfte P_{Gas} (summiert für alle z Zylinder) vermindert durch die im Motor auftretende Reibleistung P_{Reib} und durch die abgegebene Nutzleistung P_{Nutz} , die auch die benötigte Leistung für den Antrieb der Nebenaggregate (Kühl- und Ölpumpe, Lichtmaschine usw.) beinhaltet, der Änderungen der kinetischen E_{kin} und der potentiellen E_{pot} Energien gleichen

$$\sum_{j=1}^z P_{\text{Gas}_j} - P_{\text{Nutz}} - P_{\text{Reib}} = \frac{d}{dt} E_{\text{kin}} + \frac{d}{dt} E_{\text{pot}} \quad (1)$$

Die Änderung der potentiellen Energie ist im Vergleich mit den anderen in der Bilanz auftretenden Größen vernachlässigbar klein, somit kann man auf sie verzichten. Die in der Bilanzgleichung verbleibenden Größen können wie folgt geschrieben werden. Angenommen, daß im Kurbelgehäuse der umgebende Druck p_0 herrscht, gilt für die Leistung der Gaskraft eines Zylinders

$$P_{\text{Gas}_j} = (P_{\text{Zyl}_j} - P_0) \cdot A_K \cdot \left(\frac{d}{dt} s_j \right) \quad (2)$$

wobei p_{Zyl} der Zylinderdruck, A_K die Kolbenstirnfläche und s der vom OT gemessene Kolbenweg bedeuten.

Die zeitbezogene Änderung der kinetischen Energie aller Bauteile des Kurbeltriebs ist den Leistungen, die die Nebenaggregate und die Last (Last steht hier für den Antriebsstrang des Fahrzeugs oder für die Leistungsbremse, wenn der Motor am Prüfstand untersucht wird) konsumieren, gleich. Diese Leistungsbilanz lautet

$$\frac{d}{dt} E_{\text{kin}} = M_{\text{Massen}} \cdot \omega + P_{\text{VT}} + P_{\text{EP}} \quad (3)$$

wobei M_{Massen} die Massennomente, ω die Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle, P_{VT} und P_{EP} die aufgenommene Leistung für den Antrieb des Ventiltriebs bzw. der Einspritzpumpe bedeuten. Wie oben schon erwähnt, beinhaltet bereits die Nutzleistung auch die Antriebsleistungen der Nebenaggregate, die sich nicht oder nur sehr wenig mit der Kurbelstellung ändern (d.h. kurbelwinkelunabhängige Größen). Im Gegenteil zu den Genannten, sind die Leistungen, die für den Antrieb des Ventiltriebs P_{VT} und der Einspritzpumpe P_{EP} benötigt werden, inklusive der Reibleistung P_{Reib} , stark winkelabhängig. Deren Abweichungen vom Mittelwert erreichen jedoch im Vergleich zu der Größe der Nutzleistung (mindestens in mittleren und oberen Lastbereichen des Motors) nur vernachlässigbar kleine Werte. Basierend auf dieser Tatsache kann man nun zu der Nutzleistung alle bereits oben vorgestellten Leistungen zusammenrechnen und das Ergebnis, das praktisch den Mittelwert, der durch den Überstrich angedeutet ist, der der indizierten Motorleistung P_i sehr nahe steht, als winkelunabhängige Größe betrachtet. Somit ergibt sich für die Leistungsbilanz

$$\sum_{j=1}^z \left(P_{Zyl_j} - P_0 \right) \cdot A_K \cdot \left(\frac{d}{dt} s_j \right) - \overline{P_i} = M_{\text{Massen}} \cdot \omega \quad (4)$$

oder nach dem Dividieren durch ω

$$\frac{A_K}{\omega} \cdot \sum_{j=1}^z \left(P_{Zyl_j} - P_0 \right) \cdot \left(\frac{d}{dt} s_j \right) - \overline{M_i} = M_{\text{Massen}} \quad (5)$$

wobei M_i das indizierte Motordrehmoment darstellt.

Die Momente der rotierenden und oszillierenden Masse M_{Massen} kann wie folgt ermittelt werden

$$M_{\text{Massen}} = J \cdot \left(\frac{d}{dt} \omega \right) + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 \quad (6)$$

wobei J das Massenträgheitsmoment als Summe der zur Kurbelwellenachse reduzierten Massenträgheitsmomente von allen beteiligten Komponenten

$$J = J_0 + r^2 \cdot m_0 \cdot \sum_{j=1}^z \left(x_j \right)^2 \quad (7)$$

J' dessen Ableitung nach dem Kurbelwinkel

$$\mathbf{J}' = \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{d} \alpha \end{pmatrix} \mathbf{J} = 2 \cdot r^2 \cdot m_o \cdot \sum_{j=1}^z \mathbf{x}'_j \cdot \mathbf{x}''_j \quad (8)$$

J_0 das Massenträgheitsmoment als Summe der zur Kurbelwellenachse reduzierten Massenträgheitsmomente von allen nur zur Rotationsbewegung beteiligen Komponenten, r der Kurbelradius, m_o die oszillierende Masse des Kurbeltriebs eines Zylinders, x' der Kolbengeschwindigkeitskennwert und x'' der Kolbenbeschleunigungskennwert bedeuten.

$$\mathbf{x} = 1 + \frac{1}{\Lambda} \cdot \sqrt{1 - \mu^2} - \frac{1}{\Lambda} \cdot \sqrt{1 - (\Lambda \cdot \sin(\alpha) - \mu)^2} - \cos(\alpha) \quad (9)$$

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{d} \alpha \end{pmatrix} \mathbf{x} = \frac{(\Lambda \cdot \sin(\alpha) - \mu) \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{1 - (\Lambda \cdot \sin(\alpha) - \mu)^2}} + \sin(\alpha) \quad (10)$$

$$\mathbf{x}'' = \begin{pmatrix} \mathbf{d}^2 \\ \mathbf{d} \alpha^2 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \frac{\left(\Lambda - 2 \cdot \Lambda \cdot \sin(\alpha)^2 + \Lambda^3 \cdot \sin(\alpha)^4 - 3 \cdot \Lambda^2 \cdot \sin(\alpha)^3 \cdot \mu \dots \right)}{\sqrt{[1 - (\Lambda \cdot \sin(\alpha) - \mu)^2]^3}} + \cos(\alpha) \quad (11)$$

In den Gl. (9)..(11) bedeuten Λ das Pleuelstangen- und μ das Desachsierungsverhältnis des Kolbenbolzens (d.h. bezogen zur Pleuelstangenlänge).

Zwischen den Kennwerten und den absoluten Werten von Kolbenweg, -geschwindigkeit und -beschleunigung gibt es folgende Beziehungen

$$\mathbf{s} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{r} \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{d} t \end{pmatrix} \mathbf{s} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{x}' \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d}^2 \\ \mathbf{d} t^2 \end{pmatrix} \mathbf{s} = \mathbf{r} \left[\mathbf{x}'' \cdot \boldsymbol{\omega}^2 + \mathbf{x}' \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{d} t \end{pmatrix} \boldsymbol{\omega} \right] \quad (14)$$

Setzt man die Gl. (6), (7), (8) und (13) in (5) ein, ergibt sich schließlich

$$r \cdot A_K \cdot \sum_{j=1}^z (p_{Zyl_j} - p_0) \cdot x'_j - \overline{M_i} = \left[J_0 + r^2 \cdot m_o \cdot \sum_{j=1}^z (x'_j)^2 \right] \cdot \left(\frac{d}{dt} \omega \right) \dots \quad (15)$$

$$+ r^2 \cdot m_o \cdot \omega^2 \cdot \sum_{j=1}^z x'_j \cdot x''_j$$

In der Gl. (15) sind die Zylinderdruckverläufe mit der Dynamik der Kurbelwellendrehung und mit dem Mittelwert des indizierten Motordrehmoments verbunden. Wenn die Gl. (15) z.B. durch die Euler-Methode numerisch integriert wird, ergibt sich folgende Berechnungsformel für die Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle

$$A_K \cdot r \cdot \left[\sum_{j=1}^z x'_{i+\delta j} (p_{Zyl_{i+\delta j}} - p_0) \right] \dots \quad (16)$$

$$+ \left(-\overline{M_i} \right) - r^2 \cdot m_o \cdot (\omega_i)^2 \cdot \sum_{j=1}^z x'_{i+\delta j} \cdot x''_{i+\delta j}$$

$$\omega_{i+1} = \omega_i + \frac{\dots}{J_0 + r^2 \cdot m_o \cdot \sum_{j=1}^z (x'_{i+\delta j})^2} \cdot \Delta t$$

wobei Δt die Abtastrate bedeutet. Um diese Integration einzuleiten, muß man über den Startwert verfügen. Der Startwert kann auf mehrere Arten bestimmt werden. Eine Art der Bestimmung, die gewiß nicht die beste ist, setzt den Startwert dem Mittelwert der Winkelgeschwindigkeit (die aus der Motordrehzahl zu errechnen ist) gleich.

Literaturverzeichnis

1. Van Basshuysen, R., Stock, D., Bauder, R., *Audi Turbodieselmotor mit Direkteinspritzung*, (drei Teile) MTZ 50-51, 1989-1990
2. Gheorghiu, V., *Modelle für die Echtzeitsimulation von Ottomotoren*, Haus der Technik, 1996
3. Moser, W., Mentgen, D., Remboldt, H., *Benzin-Direkteinspritzung: Neue Herausforderung für Motorsteuerungssysteme*, MTZ 58, 1997
4. Upadhyay, D. u.a., *A Comparison of Air-Fuel Ratio Control Strategies using Uego, Cylinder Pressure and Spark Plug in Sensors*, SAE Paper, 980203
5. Hart, M., Ziegler, M., Loffeld, O., *Adaptive Estimation of Cylinder Air Mass Using Combustion Pressure*, SAE Paper, 980791
6. Citron, S.-J., O'Higgins, J.-E., Chen, L.-Y., *Cylinder by Cylinder Engine Pressure and Pressure Torque Waveform Determination Utilising Speed Fluctuations*, SAE Paper 890486
7. Geiger, I., Walzer, P., *Laufunruhe als Eingangsgröße für Regelverfahren*, BFT, TV 8441-9
8. Mauer, G.-F., *On-Line Determination of Available Torque in Internal Combustion Engines*, SAE Paper 910855
9. Müller, H., Schneider, A., *Erkennung fehlerhafter Verbrennungen durch Analyse der Winkelgeschwindigkeit an der Kurbelwelle*, Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motortechnik '91
10. Fehrenbach, H., *Berechnung des Brennraumsdruckverlaufes aus der Kurbelwellen-Winkelgeschwindigkeit von Verbrennungsmotoren*, (nur für Einzylindermotor) VDI Verlag, Reihe 6: Energieerzeugung, Nr. 255, 1991
11. Taraza, D., Henein, N.-A., Wayne, Bryzik, W., *Determination of the Gas-Pressure Torque of a Multicylinder Engine from Measurements of the Crankshaft's Speed Variation*, SAE Paper 980164